Circuit fixe dans un champ magnétique variable

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Lundi 13 juin 2022

Circuit fixe dans un champ magnétique variable

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Lundi 13 juin 2022

- dans l'induction de neumann, on étudie un circuit fixe, une bobine le plus souvent, soumise à B variable

- dans l'induction de neumann, on étudie un circuit fixe, une bobine le plus souvent, soumise à B variable
- on s'intéresse à deux phénomènes particuliers

- dans l'induction de neumann, on étudie un circuit fixe, une bobine le plus souvent, soumise à B variable
- on s'intéresse à deux phénomènes particuliers
  - l'effet du champ magnétique d'une bobine sur elle-même qui redonnera L l'auto inductance

- dans l'induction de neumann, on étudie un circuit fixe, une bobine le plus souvent, soumise à B variable
- on s'intéresse à deux phénomènes particuliers
  - l'effet du champ magnétique d'une bobine sur elle-même qui redonnera L l'auto inductance
  - le couplage entre deux circuits électriques sans connexion électrique, par l'effet du champ magnétique variable d'une bobine sur une autre, utilisé dans les transformateurs

1. Autoinduction dans une bobine

2. Interaction magnétique entre deux bobines

Définitions

- une spire circulaire orientée, parcourue par i
- le courant i produit un champ magnétique $\overrightarrow{B_p}$ dit propre
- la spire enlace les lignes du champ $\overrightarrow{B_p}$: le flux de $\vec{B}$ à travers la spire, dit propre est non nul

Définitions

- une spire circulaire orientée, parcourue par i
- le courant i produit un champ magnétique $\overrightarrow{B_p}$ dit propre
- la spire enlace les lignes du champ $\overrightarrow{B_p}$: le flux de $\vec{B}$ à travers la spire, dit propre est non nul

Définition (Flux propre)

On nomme flux propre le flux du champ magnétique produit par le courant d'intensité i parcourant un circuit fermé plan à travers ce même circuit.

Définitions

- une spire circulaire orientée, parcourue par i
- le courant i produit un champ magnétique $\overrightarrow{B_p}$ dit propre
- la spire enlace les lignes du champ $\overrightarrow{B_p}$: le flux de $\overrightarrow{B}$ à travers la spire, dit propre est non nul

Définition (Flux propre)

On nomme flux propre le flux du champ magnétique produit par le courant d'intensité i parcourant un circuit fermé plan à travers ce même circuit.

Définitions

- une spire circulaire orientée, parcourue par i
- le courant i produit un champ magnétique $\overrightarrow{B_p}$ dit propre
- la spire enlace les lignes du champ $\overrightarrow{B_p}$: le flux de $\overrightarrow{B}$ à travers la spire, dit propre est non nul

Définition (Flux propre)

On nomme flux propre le flux du champ magnétique produit par le courant d'intensité i parcourant un circuit fermé plan à travers ce même circuit.

- une bobine est modélisable par un ensemble de spires fermées planes parcourues par le même courant :

$$\Phi(\text{bobine}) = \sum_i \Phi(\text{spire}_i)$$

on ne se limitera donc pas à des circuits plans : il suffit qu'ils soient fermés

Définitions

Définition (Flux propre)

On nomme flux propre le flux du champ magnétique produit par le courant d'intensité i parcourant un circuit fermé plan à travers ce même circuit.

- une bobine est modélisable par un ensemble de spires fermées planes parcourues par le même courant :

$$\Phi(\text{bobine}) = \sum_i \Phi(\text{spire}_i)$$

  on ne se limitera donc pas à des circuits plans : il suffit qu'ils soient fermés
- $\vec{B}$ en tout point proportionnel à i

Définitions

Définition (Flux propre)

On nomme flux propre le flux du champ magnétique produit par le courant d'intensité i parcourant un circuit fermé plan à travers ce même circuit.

Inductance propre

Le flux propre à travers un circuit fermé $\mathscr{C}$, noté Φ_p est proportionnel à l'intensité i du courant parcourant $\mathscr{C}$. On définit l'inductance propre du circuit par :

$$\Phi_p = Li$$

Définitions

Définition (Flux propre)

On nomme flux propre le flux du champ magnétique produit par le courant d'intensité i parcourant un circuit fermé plan à travers ce même circuit.

Inductance propre

Le flux propre à travers un circuit fermé $\mathscr{C}$, noté Φ_p est proportionnel à l'intensité i du courant parcourant $\mathscr{C}$. On définit l'inductance propre du circuit par :

$$\Phi_p = Li$$

- L en $\mathrm{Wb} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{H}$ car $[\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}] = e = [L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}]$
- le même vecteur $\vec{n}$ oriente le sens de parcours et le sens de traversé de la surface donc L est une constante positive
- aussi nommée auto-inductance, « self-inductance » en anglais, abrévié en « self » en anglais et en français

Flux propre et extérieur

- le circuit peut aussi être soumis à champ $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ extérieur (aimant, autre bobine)

Flux propre et extérieur

- le circuit peut aussi être soumis à champ $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ extérieur (aimant, autre bobine)
- le flux total est $\Phi = \Phi_p + \Phi_{\text{ext}}$

Flux propre et extérieur

- le circuit peut aussi être soumis à champ $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ extérieur (aimant, autre bobine)
- le flux total est $\Phi = \Phi_p + \Phi_{\text{ext}}$
- la loi de Faraday s'écrit :

$$e_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_p}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\Phi_{\text{ext}}}{\mathrm{d}t}$$

Flux propre et extérieur

- le circuit peut aussi être soumis à champ $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ extérieur (aimant, autre bobine)
- le flux total est $\Phi = \Phi_p + \Phi_{\text{ext}}$
- la loi de Faraday s'écrit :

$$e_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_p}{dt} - \frac{d\Phi_{\text{ext}}}{dt}$$

- Φ_{ext} est indépendant du courant i parcourant le circuit, Φ_p est indépendant du champ extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\mathrm{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\mathrm{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{H}$,

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\text{H}$,
- ☠ : N intervient à la fois dans l'intensité du champ et dans l'aire pour le calcul du flux : il est donc au carré

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\text{H}$,
- ☠ : N intervient à la fois dans l'intensité du champ et dans l'aire pour le calcul du flux : il est donc au carré

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\text{H}$,
- ☠ : N intervient à la fois dans l'intensité du champ et dans l'aire pour le calcul du flux : il est donc au carré

noyau ferromagnétique

- un matériau ferromagnétique dans la bobine s'aimante : le champ total sera plus important dans la bobine (somme du champ du courant et de celui du fer)

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\text{H}$,
- ☠ : N intervient à la fois dans l'intensité du champ et dans l'aire pour le calcul du flux : il est donc au carré

noyau ferromagnétique

- un matériau ferromagnétique dans la bobine s'aimante : le champ total sera plus important dans la bobine (somme du champ du courant et de celui du fer)
- caractérisé par la perméabilité relative μ_r : μ_0 devient $\mu_0 \mu_r$

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\text{H}$,
- ☠ : N intervient à la fois dans l'intensité du champ et dans l'aire pour le calcul du flux : il est donc au carré

noyau ferromagnétique

- un matériau ferromagnétique dans la bobine s'aimante : le champ total sera plus important dans la bobine (somme du champ du courant et de celui du fer)
- caractérisé par la perméabilité relative μ_r : μ_0 devient $\mu_0 \mu_r$
- L sera multipliée par μ_r qui peut atteindre 1000

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\text{H}$,
- ☠ : N intervient à la fois dans l'intensité du champ et dans l'aire pour le calcul du flux : il est donc au carré

noyau ferromagnétique

- un matériau ferromagnétique dans la bobine s'aimante : le champ total sera plus important dans la bobine (somme du champ du courant et de celui du fer)
- caractérisé par la perméabilité relative μ_r : μ_0 devient $\mu_0 \mu_r$
- L sera multipliée par μ_r qui peut atteindre 1000
- les lignes de champ sont canalisées par le noyau

Ordres de grandeur

spire circulaire de rayon R très grossier

- $B_p \simeq \frac{\mu_0 i}{R}$
- flux $\Phi_p \simeq B_p \pi R^2 \simeq \mu_0 i R$ (croissant avec R), soit $L \simeq \mu_0 R$
- pour $R = 2\,\text{cm}$, $L \simeq 2 \cdot 10^{-8}\,\text{H}$

bobine de longueur ℓ, de N spires de rayon R moins grossier

- assimilée à un solénoïde infini de N/ℓ spires par mètre : $B_p = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ uniforme dans la bobine
- $\Phi_p = N B_p \pi R^2 = \frac{\mu_0 \pi N^2 i R^2}{\ell}$
- $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{\ell} \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\text{H}$,
- ☠ : N intervient à la fois dans l'intensité du champ et dans l'aire pour le calcul du flux : il est donc au carré

noyau ferromagnétique

- un matériau ferromagnétique dans la bobine s'aimante : le champ total sera plus important dans la bobine (somme du champ du courant et de celui du fer)
- caractérisé par la perméabilité relative μ_r : μ_0 devient $\mu_0 \mu_r$
- L sera multipliée par μ_r qui peut atteindre 1000
- les lignes de champ sont canalisées par le noyau
- le noyau est feuilleté pour limiter les courants de Foucault

Loi de Faraday

d'après la loi de Faraday $e_{\text{auto}} = -\frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t}$: la tension (convention générateur) est :

- négative si i croît
- positive si i décroît
- elle s'oppose à ses causes (variation de i) comme la loi de Lenz l'affirme

on considère :

- une bobine idéale (sans résistance) dans un circuit électrique, sans $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$, parcourue par i variable
- la loi Faraday donne la tension à ses bornes en convention générateur $e_{\text{auto}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, en la considérant comme un générateur de tension
- en convention récepteur, on retrouve $u = +L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, affirmé en électrocinétique
- ☠ : si la bobine est déformable, L peut varier et $e = -\frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} \neq -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

Étude énergétique

- association série d'un générateur de tension E d'une bobine de résistance R et d'auto-inductance L, orientation de l'ensemble du circuit
- loi des mailles :

$$E = Ri - e = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

Étude énergétique

- association série d'un générateur de tension E d'une bobine de résistance R et d'auto-inductance L, orientation de l'ensemble du circuit
- loi des mailles :

$$E = Ri - e = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

- on calcule les puissances :

$$Ei = Ri^2 + iL\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = Ri^2 + \frac{\mathrm{d}Li^2/2}{\mathrm{d}t}$$

- la puissance fournie par le générateur est dissipée par effet Joule pour partie et reçue par la bobine

Étude énergétique

- association série d'un générateur de tension E d'une bobine de résistance R et d'auto-inductance L, orientation de l'ensemble du circuit
- loi des mailles :

$$E = Ri - e = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

- on calcule les puissances :

$$Ei = Ri^2 + iL\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = Ri^2 + \frac{\mathrm{d}Li^2/2}{\mathrm{d}t}$$

- la puissance fournie par le générateur est dissipée par effet Joule pour partie et reçue par la bobine
- on calcule les énergies :

$$\int_0^t Ei\,\mathrm{d}t = \int_0^t Ri(t)^2\,\mathrm{d}t + \frac{L}{2}\left(i(t)^2 - i(0)^2\right)$$

- l'énergie fournie par le générateur a été dissipée par effet Joule en partie et stockée dans le champ magnétique de la bobine : c'est l'énergie magnétique $\frac{1}{2}Li^2$ de l'électrocinétique

Mesure de L

les modèles précédents ne donnent que des ordres de grandeur, on mesurera L par :

- mesure de $\tau = L/R$ dans un circuit R, L de R connue,

Mesure de L

les modèles précédents ne donnent que des ordres de grandeur, on mesurera L par :

- mesure de $\tau = L/R$ dans un circuit R,L de R connue,
- mesure d'impédance $jL\omega$ de la bobine à une pulsation ω connue

Mesure de L

les modèles précédents ne donnent que des ordres de grandeur, on mesurera L par :

- mesure de $\tau = L/R$ dans un circuit R, L de R connue,
- mesure d'impédance $jL\omega$ de la bobine à une pulsation ω connue
- mesure de la pulsation de coupure R/L sur le diagramme de Bode d'un passe-haut

Observations

- deux bobines $\mathscr{B}_1$ et $\mathscr{B}_2$ à proximité, sans connexion électrique

Observations

- deux bobines $\mathscr{B}_1$ et $\mathscr{B}_2$ à proximité, sans connexion électrique
- on impose une tension variable à $\mathscr{B}_1$, il apparaît une tension dans $\mathscr{B}_2$

Observations

- deux bobines $\mathscr{B}_1$ et $\mathscr{B}_2$ à proximité, sans connexion électrique
- on impose une tension variable à $\mathscr{B}_1$, il apparaît une tension dans $\mathscr{B}_2$
- le champ variable de $\mathscr{B}_1$ crée un flux variable dans $\mathscr{B}_2$, qui y induit une tension

Observations

- deux bobines $\mathscr{B}_1$ et $\mathscr{B}_2$ à proximité, sans connexion électrique
- on impose une tension variable à $\mathscr{B}_1$, il apparaît une tension dans $\mathscr{B}_2$
- le champ variable de $\mathscr{B}_1$ crée un flux variable dans $\mathscr{B}_2$, qui y induit une tension
- ☠ une tension constante n'induit pas de tension

Définition

le flux du champ de $\mathscr{B}_1$ à travers $\mathscr{B}_2$ est proportionnel au courant dans $\mathscr{B}_1$

Définition

Définition (Inductance mutuelle de deux bobines)

Soient deux bobines $\mathscr{B}_1$ et $\mathscr{B}_2$ orientées, parcourues par des courants d'intensités algébriques respectives i_1 et i_2.
Le flux propre du champ magnétique créé par $\mathscr{B}_2$ à travers elle-même est donné par :

$$\Phi_2 = L_2 i_2,$$

avec L_2 l'inductance propre de $\mathscr{B}_2$.
Le flux du champ magnétique créé par $\mathscr{B}_1$ à travers $\mathscr{B}_2$, noté $\Phi_{1\to 2}$, est proportionnel à i_1 ; on définit donc l'inductance mutuelle de $\mathscr{B}_1$ sur $\mathscr{B}_2$, notée $M_{1\to 2}$ par :

$$\Phi_{1\to 2} = i_1 M_{1\to 2}$$

Le flux total à travers $\mathscr{B}_2$, noté Φ_{2t}, est alors :

$$\Phi_{2t} = L_2 i_2 + M_{1\to 2} i_1.$$

On a de même :

$$\Phi_{1t} = L_1 i_1 + M_{2\to 1} i_2.$$

Définition

- M s'exprime aussi en henry
- règle des points pour orienter les courants pour avoir $M \geqslant 0$
- on choisira les orientations relatives de $\mathscr{B}_1$ et $\mathscr{B}_2$ pour que les M soient positives
- L dépend de la géométrie de la bobine, M dépend des géométries des deux bobines et de leur orientation relative : d'autant plus élevée que les bobines sont proches et d'axes alignés
- on peut augmenter M en utilisant un noyau de fer doux pour canaliser les lignes de champ
- valable pour tout conducteur, pas seulement une bobine

Relation de Neumann

on peut exprimer (formule de Biot et Savart donnant $\overrightarrow{B}$) M à l'aide de la relation de Neumann qui assure que :

Symétrie des inductances mutuelles

Les inductances mutuelles $M_{1\to 2}$ et $M_{2\to 1}$ sont égales quels que soient les conducteurs 1 et 2. On les notera donc M.

Modèle simple

- deux bobines en influence totale, *ie* (en gros) toute ligne de $\vec{B}$ traversant $\mathscr{B}_1$ traverse aussi $\mathscr{B}_2$

Modèle simple

- deux bobines en influence totale, *ie* (en gros) toute ligne de $\vec{B}$ traversant $\mathscr{B}_1$ traverse aussi $\mathscr{B}_2$
- chaque bobine modélisée par un solénoïde long de N_p spires $(p = 1, 2)$ parcouru par i_p

Modèle simple

- deux bobines en influence totale, *ie* (en gros) toute ligne de $\vec{B}$ traversant $\mathscr{B}_1$ traverse aussi $\mathscr{B}_2$
- chaque bobine modélisée par un solénoïde long de N_p spires ($p = 1, 2$) parcouru par i_p
- les deux imbriqués l'un dans l'autre, de même aire S de même longueur ℓ pour assurer l'influence totale (bobine toroidale)

Modèle simple

- deux bobines en influence totale, *ie* (en gros) toute ligne de $\vec{B}$ traversant $\mathscr{B}_1$ traverse aussi $\mathscr{B}_2$
- chaque bobine modélisée par un solénoïde long de N_p spires ($p = 1, 2$) parcouru par i_p
- les deux imbriqués l'un dans l'autre, de même aire S de même longueur ℓ pour assurer l'influence totale (bobine toroidale)
- on a $\overrightarrow{B_p} = \frac{\mu_0 N_p i_p}{\ell} \overrightarrow{e_z}$ uniforme dans les bobines

Modèle simple

- deux bobines en influence totale, *ie* (en gros) toute ligne de $\vec{B}$ traversant $\mathscr{B}_1$ traverse aussi $\mathscr{B}_2$
- chaque bobine modélisée par un solénoïde long de N_p spires ($p = 1, 2$) parcouru par i_p
- les deux imbriqués l'un dans l'autre, de même aire S de même longueur ℓ pour assurer l'influence totale (bobine toroidale)
- on a $\overrightarrow{B_p} = \frac{\mu_0 N_p i_p}{\ell} \overrightarrow{e_z}$ uniforme dans les bobines
- on calcule :

$$\Phi_{1\to 2} = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{\ell} \times N_2 S \quad \Phi_2 = \frac{\mu_0 N_2 i_2}{\ell} \times N_2 S$$

Modèle simple

- deux bobines en influence totale, *ie* (en gros) toute ligne de $\vec{B}$ traversant $\mathscr{B}_1$ traverse aussi $\mathscr{B}_2$
- chaque bobine modélisée par un solénoïde long de N_p spires ($p = 1, 2$) parcouru par i_p
- les deux imbriqués l'un dans l'autre, de même aire S de même longueur ℓ pour assurer l'influence totale (bobine toroidale)
- on a $\overrightarrow{B_p} = \frac{\mu_0 N_p i_p}{\ell} \overrightarrow{e_z}$ uniforme dans les bobines
- on calcule :

$$\Phi_{1\to 2} = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{\ell} \times N_2 S \quad \Phi_2 = \frac{\mu_0 N_2 i_2}{\ell} \times N_2 S$$

- on a donc :

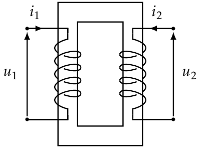
$$L_p = \frac{\mu_0 N_p^2 S}{\ell} \quad \text{et } M_{1\to 2} = M_{2\to 1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{\ell} \equiv M$$

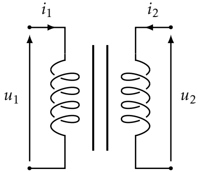
dépend du produit $N_1 N_2$

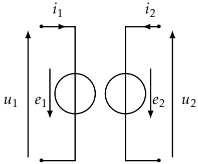
Équations couplées

- les variations temporelles de champ $\vec{B}$ dans un circuit pourront être ressenties dans un autre circuit
- on couple ainsi deux circuits, sans connexion électrique

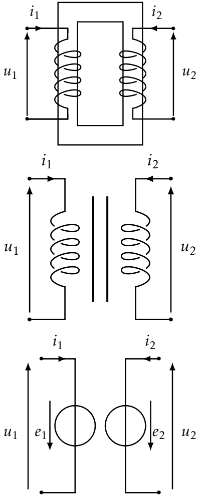
Équations couplées



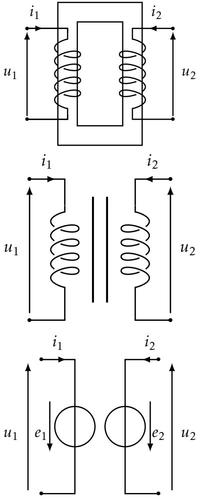




Équations couplées

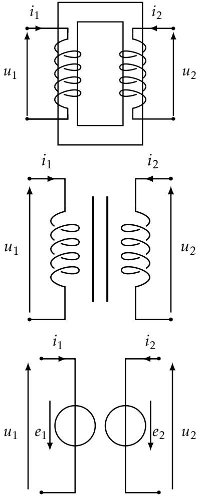


Équations couplées



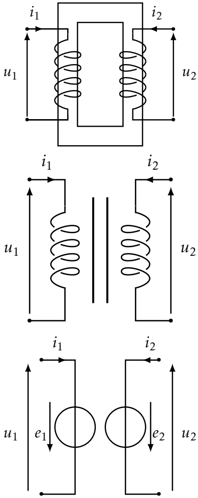
- chaque bobine caractérisée par R, L ; leur couplage caractérisé par M

Équations couplées

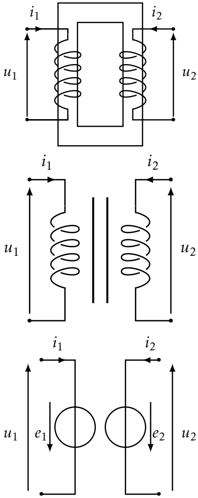


- chaque bobine caractérisée par R, L ; leur couplage caractérisé par M
- les conventions choisies permettent d'avoir $M \geqslant 0$

Équations couplées

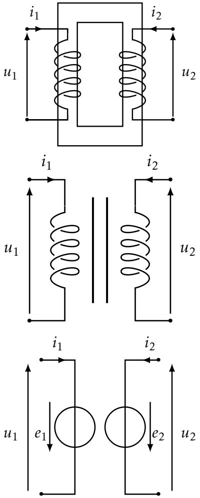


Équations couplées



- Faraday : $e_1 = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_{1t}}{\mathrm{d}t} = -L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$

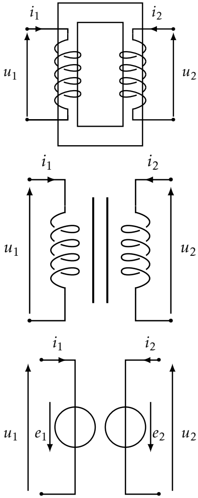
Équations couplées



- Faraday : $e_1 = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_{1t}}{\mathrm{d}t} = -L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$
- loi des mailles dans chaque circuit :

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$u_2 = R_2 i_2 + L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

Équations couplées



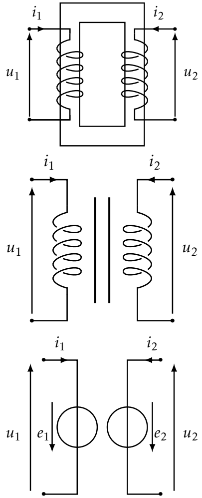
- Faraday : $e_1 = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{1t}}{\mathrm{d}t} = -L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$
- loi des mailles dans chaque circuit :

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$u_2 = R_2 i_2 + L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

- en régime sinusoïdal établi :

$$\underline{U_1} = R_1\underline{I_1} + jL_1\omega\underline{I_1} + jM\omega\underline{I_2}$$
$$\underline{U_2} = R_2\underline{I_2} + jL_2\omega\underline{I_2} + jM\omega\underline{I_1}$$

Équations couplées



- Faraday : $e_1 = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_{1t}}{\mathrm{d}t} = -L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$
- loi des mailles dans chaque circuit :

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$u_2 = R_2 i_2 + L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

- en régime sinusoïdal établi :

$$\underline{U_1} = R_1\underline{I_1} + jL_1\omega\underline{I_1} + jM\omega\underline{I_2}$$
$$\underline{U_2} = R_2\underline{I_2} + jL_2\omega\underline{I_2} + jM\omega\underline{I_1}$$

- pas de couplage en régime stationnaire (continu) : U_1 et U_2 sont indépendantes, en particulier $I_2 = 0$ si on n'a pas de dipôle actif en 2 quel que soit U_1

Modèle

- $\mathscr{B}_1$ est nommée circuit primaire, $\mathscr{B}_2$ circuit secondaire
- on admet que pour un transformateur idéal, les deux bobines sont en influence totale, on a alors :

Modèle

- $\mathscr{B}_1$ est nommée circuit primaire, $\mathscr{B}_2$ circuit secondaire
- on admet que pour un transformateur idéal, les deux bobines sont en influence totale, on a alors :

Définition (Transformateur idéal)

Dans un transformateur idéal, les résistances internes des bobines sont nulles et les inductances vérifient :

$$L_1 = kN_1^2 \quad L_2 = kN_2^2 \quad M = \sqrt{L_1 L_2} = kN_1 N_2,$$

avec k une constante positive.

Modèle

Définition (Transformateur idéal)

Dans un transformateur idéal, les résistances internes des bobines sont nulles et les inductances vérifient :

$$L_1 = kN_1^2 \quad L_2 = kN_2^2 \quad M = \sqrt{L_1 L_2} = kN_1 N_2,$$

avec k une constante positive.

on a alors :

Modèle

Définition (Transformateur idéal)

Dans un transformateur idéal, les résistances internes des bobines sont nulles et les inductances vérifient :

$$L_1 = kN_1^2 \quad L_2 = kN_2^2 \quad M = \sqrt{L_1 L_2} = kN_1 N_2,$$

avec k une constante positive.

on a alors :

- $$\begin{aligned} \underline{U_1} &= jkN_1^2\omega\underline{I_1} + jkN_1N_2\omega\underline{I_2} \\ \underline{U_2} &= jkN_2^2\omega\underline{I_2} + jkN_1N_2\omega\underline{I_1} \end{aligned}$$

Modèle

Définition (Transformateur idéal)

Dans un transformateur idéal, les résistances internes des bobines sont nulles et les inductances vérifient :

$$L_1 = kN_1^2 \quad L_2 = kN_2^2 \quad M = \sqrt{L_1 L_2} = kN_1 N_2,$$

avec k une constante positive.

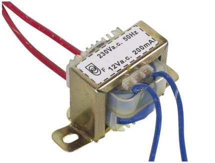
on a alors :

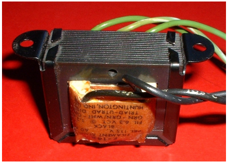
- $$\begin{aligned} \underline{U_1} &= jkN_1^2\omega\underline{I_1} + jkN_1N_2\omega\underline{I_2} \\ \underline{U_2} &= jkN_2^2\omega\underline{I_2} + jkN_1N_2\omega\underline{I_1} \end{aligned}$$
- et donc :

$$\frac{\underline{U_2}}{\underline{U_1}} = \frac{N_2}{N_1}$$

Utilisations

- le rapport N_2/N_1 permet de faire varier l'amplitude d'une tension sinusoïdale sans changer sa fréquence
- abaisser ou relever la tension entre $20\,$kV dans les alternateurs, $400\,$kV dans les lignes à haute tension, $220\,$V dans le réseau domestique, $\simeq 10\,$V dans les appareils domestiques






- isoler électriquement le primaire du secondaire dans un transformateur d'isolement

Exercice : bilan énergétique dans un système couplé

On considère le système de deux bobines couplées par inductance mutuelles. On note respectivement L_1, L_2 les inductances propres de chaque bobine, M leur inductance mutuelle, R_1 et R_2 leurs résistances. On note u_1, i_1 et u_2, i_2 les tensions et intensités parcourant chaque bobine, en convention récepteur.

1. Établir le système d'équations différentielles vérifié par u_1, u_2, i_1, i_2 et leurs dérivées.
2. En déduire la puissance totale reçue par l'ensemble des deux bobines. On y fera apparaître les termes $L_1 i_1^2/2$; $L_2 i_2^2$ et $M i_1 i_2$ qu'on interprétera.
3. On se place en régime sinusoïdal établi. On branche un générateur sinusoïdal idéal au primaire (1) et un résistor de résistance R_u au secondaire 2. Comparer la puissance moyenne fournie par le générateur et la puissance moyenne reçue par R_u.

Bilan énergétique : corrigé

1. Comme auparavant :

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

2. En convention récepteur :

$$u_1 i_1 = R_1 i_1^2 + \frac{\mathrm{d}L_1 i_1^2/2}{\mathrm{d}t} + i_1 M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$u_2 i_2 = R_2 i_2^2 + \frac{\mathrm{d}L_2 i_2^2/2}{\mathrm{d}t} + i_2 M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$
$$u_1 i_1 + u_2 i_2 = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + \frac{\mathrm{d}L_1 i_1^2/2}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}L_2 i_2^2/2}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}M i_1 i_2}{\mathrm{d}t}.$$

   on reconnaît les puissances Joule, la dérivée temporelle des énergies magnétique propres Li^2 mais il apparaît une énergie magnétique due au couplage $Mi_1 i_2$ qui n'existe que si i_1 et i_2 sont non identiquement nuls. On peut faire l'analogie avec l'interaction entre les « aimants » qui seraient produits par les courants 1 et 2.

3. En régime périodique, les énergies magnétiques sont constantes en moyenne et la puissance fournie par le générateur (positive) est dissipée par effet Joule dans R_1, R_2 et R_u.

Indispensable

- autoinduction, lien avec l'électrocinétique
- inductance mutuelle, circuits couplés
- application au transformateur